# الترتيب و المتراجحات

## I. مقارنة عددين حقيقيين

### قاعدة1

$a$ و $b$ عددان حقيقيان.
$a\leq b$ يعني: $a-b$ عدد سالب

**مثال1** لنقارن العددين $\frac{7}{9}$ و $\frac{5}{6}$

$$\frac{7}{9}-\frac{5}{6}=\frac{14-15}{18}=\frac{-1}{18}$$ ← عدد سالب

إذن: $\frac{7}{9}<\frac{5}{6}$

**مثال2** لنقارن العددين: $20\sqrt{6}$ و $49$

$$49-20\sqrt{6}=5^2-2\times5\times2\sqrt{6}+\left(2\sqrt{6}\right)^2=\left(5-2\sqrt{6}\right)^2$$ ← عدد موجب

إذن: $49>20\sqrt{6}$

## II. خصائص

### قاعدة2

$a$ و $b$ و $c$ أعداد حقيقية.
إذا كان $a\leq b$ فإن: $a+c\leq b+c$ و $a-c\leq b-c$

**أمثلة**

- إذا كان $x\geq-4$ فإن: $x+3\geq-4+3$ أي $x+3\geq-1$
- إذا كان $x+2<-7$ فإن: $x+2-2<-7-2$ أي $x<-9$

### قاعد3

$a$ و $b$ و $x$ و $y$ أعداد حقيقية.
إذا كان $a\leq b$ و $x\leq y$ فإن: $a+x\leq b+y$

**أمثلة**

- إذا كان $x\leq1$ و $-5\leq y$ فإن: $x+(-5)\leq1+y$ أي $x-5\leq1+y$
- إذا كان $-\sqrt{2}<x<3$ و $-3\sqrt{2}<y<-4$ فإن: $-\sqrt{2}+\left(-3\sqrt{2}\right)<x+y<3+(-4)$

أي: $-4\sqrt{2}<x+y<-1$

**ملاحظة هامة** إذا كان $a\leq b$ و $x\leq y$ فذلك لا يعني أن: $a-x\leq b-y$

**مثال مضاد** نعلم أن $3\leq7$ و $1\leq6$ ولكن $3-1>7-6$

### قاعدة4

$a$ و $b$ و $c$ أعداد حقيقية.
إذا كان $a\leq b$ و $c$ موجبا فإن: $ac\leq bc$
إذا كان $a\leq b$ و $c$ سالبا فإن: $ac\geq bc$
إذا كان $a\leq b$ و $c$ موجبا مخالفا لصفر فإن: $\frac{a}{c}\leq\frac{b}{c}$
إذا كان $a\leq b$ و $c$ سالبا مخالفا لصفر فإن: $\frac{a}{c}\geq\frac{b}{c}$

www.xdmaths.com

**أمثلة**

- إذا كان $\sqrt{3}x > 6$ فإن: $\frac{1}{\sqrt{3}} \times \sqrt{3}x > \frac{1}{\sqrt{3}} \times 6$ أي $x > 2\sqrt{3}$

- إذا كان $-5 < -\frac{12}{7}x < 4$ فإن: $\left(-\frac{7}{12}\right) \times -5 > \left(-\frac{7}{12}\right) \times \left(-\frac{12}{7}x\right) > \left(-\frac{7}{12}\right) \times 4$

أي: $-\frac{7}{3} < x < \frac{35}{12}$

**قاعدة5**

$a$ و $b$ و $c$ و $d$ و $x$ و $y$ أعداد حقيقية موجبة.

إذا كان $a \le x \le b$ و $c \le y \le d$ فإن: $ac \le xy \le bd$

**أمثلة**

- إذا كان $\sqrt{7} \le x \le 3$ و $\sqrt{7} \le y \le 2\sqrt{3}$ فإن: $7 \le xy \le 6\sqrt{3}$
- إذا كان $-4 \le x \le -1$ و $-8 \le y \le -5$ فإن: $1 \le -x \le 4$ و $5 \le -y \le 8$

إذن: $1 \times 5 \le (-x) \times (-y) \le 4 \times 8$ أي: $5 \le xy \le 32$

**قاعدة6**

$a$ و $b$ عددان حقيقيان موجبان.

- إذا كان $a \le b$ فإن: $a^2 \le b^2$
- إذا كان $a^2 \le b^2$ فإن: $a \le b$

**أمثلة**

- لنقارن $3\sqrt{2}$ و $4$

لدينا: $\left(3\sqrt{2}\right)^2 = 18$ و $4^2 = 16$ إذن $\left(3\sqrt{2}\right)^2 > 4^2$ وبالتالي فإن: $3\sqrt{2} > 4$

- إذا كان $\sqrt{5} \le x \le 3$ فإن: $\left(\sqrt{5}\right)^2 \le x^2 \le 3^2$ أي: $5 \le x^2 \le 9$

**قاعدة7**

$a$ و $b$ عددان حقيقيان موجبان.

- إذا كان $a \le b$ فإن: $\sqrt{a} \le \sqrt{b}$
- إذا كان $\sqrt{a} \le \sqrt{b}$ فإن: $a \le b$

**أمثلة**

- لنقارن $\sqrt{13}$ و $2\sqrt{3}$

لدينا: $2\sqrt{3} = \sqrt{12}$ وبما أن: $12 < 13$ فإن $\sqrt{12} < \sqrt{13}$ أي: $2\sqrt{3} < \sqrt{13}$

- إذا كان $8 \le x \le 9$ فإن: $\sqrt{8} \le \sqrt{x} \le \sqrt{9}$ أي: $2\sqrt{2} \le \sqrt{x} \le 3$

**قاعدة8**

$a$ و $b$ عددان حقيقيان لهما نفس الإشارة و مخالفان لصفر.

إذا كان $a \le b$ فإن: $\frac{1}{b} \le \frac{1}{a}$

**أمثلة**

- إذا كان: $x > \frac{\sqrt{3}}{12}$ فإن: $\frac{1}{x} < \frac{12}{\sqrt{3}}$ أي: $\frac{1}{x} < 4\sqrt{3}$

- إذا كان: $-4 < x < -\frac{7}{3}$ فإن: $-\frac{3}{7} < \frac{1}{x} < -\frac{1}{4}$

www.xdmaths.com

## III. التأطير

### تعريف

الكتابة $a \le x \le b$ حيث $a$ و $b$ عددان حقيقيان
تسمى تأطيرا للعدد $x$

**مثال** $x$ و $y$ عددان حقيقيان بحيث: $-\frac{4}{3}<x<\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{4}<y<\frac{5}{6}$

**1)** أطر $x+y-\frac{7}{12}$ **2)** أطر $x-2y+1$.

.....

**1)** لدينا: $-\frac{4}{3}+\frac{1}{4}<x+y<\frac{1}{2}+\frac{5}{6}$

أي: $\frac{-13}{12}<x+y<\frac{16}{12}$

وبالتالي فإن: $\frac{-13}{12}-\frac{7}{12}<x+y-\frac{7}{12}<\frac{16}{12}-\frac{7}{12}$

أي: $\frac{-5}{3}<x+y-\frac{7}{12}<\frac{3}{4}$

**2)** لدينا: $\frac{1}{4}\times(-2)>y\times(-2)>\frac{5}{6}\times(-2)$

أي: $\frac{-5}{3}<-2y<\frac{-1}{2}$

وبالتالي فإن: $\frac{-4}{3}+\frac{-5}{3}<x+(-2y)<\frac{1}{2}+\frac{-1}{2}$

أي: $-3<x-2y<0$

ومنه فإن: $-3+1<x-2y+1<0+1$

أي: $-2<x-2y+1<1$

## IV. المتراجحات

### قاعدة9

في المتفاوتة يمكن نقل أي حد من طرف إلى الطرف الآخر
للمتفاوتة شريطة تغيير الإشارة التي تسبقه

**مثال1** ماذا يشترط في العدد $x$ كي تتحقق المتفاوتة: $x+1>7-x$

لدينا: $x+1>7-x$

هذا يعني أن: $x+x>7-1$

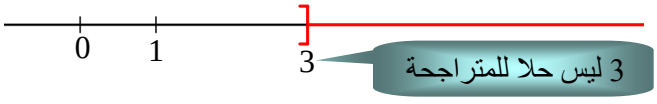
أي: $2x>6$

أي: $x>3$

لكي تتحقق المتفاوتة السابقة يشترط أن يكون: $x>3$

المتفاوتة $x+1>7-x$ تسمى متراجحة مجهولها $x$ وحلولها هي جميع الأعداد الأكبر من 3.

لنمثل هذه الحلول بلون أحمر على مستقيم مدرج.




**مثال2**

www.xdmaths.com

حل المتراجحة: $1-\frac{2-3x}{7} \leq \frac{2}{3}x+\frac{5}{14}$

لدينا: $1-\frac{2-3x}{7} \leq \frac{2}{3}x+\frac{5}{14}$

هذا يعني أن: $\frac{42}{42}-\frac{12-18x}{42} \leq \frac{28}{42}x+\frac{15}{42}$

أي: $\frac{42-12+18x}{42} \leq \frac{28x+15}{42}$

أي: $30+18x \leq 28x+15$

أي: $18x-28x \leq 15-30$

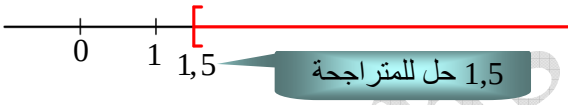
أي: $-10x \leq -15$

أي: $-10x \times \frac{1}{-10} \geq -15 \times \frac{1}{-10}$

أي: $x \geq 1,5$

حلول المتراجحة هي جميع الأعداد الأكبر من أو تساوي $1,5$

لنمثل هذه الحلول بلون أحمر على مستقيم مدرج.




www.xdmaths.com