# الجدور المربعة

## I. الجدر المربع لعدد حقيقي موجب

### 1) تعريف

$a$ عدد حقيقي موجب.
$\sqrt{a}$ هو العدد الموجب الذي مربعه يساوي $a$ .

**أمثلة**

- $\sqrt{9}$ هو 3 لأن 3 عدد موجب و $3^2 = 9$
- $\sqrt{25} = 5$ لأن 5 عدد موجب و $5^2 = 25$
- $\sqrt{7} = 2{,}64575131...$

**ملاحظة**

- الكتابة $\sqrt{a}$ لا معنى لها إلا إذا كان $a$ موجبا
- مثلا $\sqrt{-6}$ غير موجود

**إستنتاجات**

كيف ما كان $a$ عددا حقيقيا موجبا فإن:
$\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$ و $\sqrt{a^2} = a$ .

**أمثلة**

- $\left(\sqrt{3}\right)^2 = 3$
- $\sqrt{19^2} = 19$
- $\sqrt{(-4{,}8)^2} = \sqrt{4{,}8^2} = 4{,}8$

### 2) حل المعادلة $x^2 = a$

**مثال1**

لنحل المعادلة $x^2 = \frac{4}{49}$ .

لدينا : $x^2 = \frac{4}{49}$

إذن : $x^2 - \frac{4}{49} = 0$

أي : $x^2 - \left(\frac{2}{7}\right)^2 = 0$

أي : $\left(x - \frac{2}{7}\right)\left(x + \frac{2}{7}\right) = 0$

أي : $x + \frac{2}{7} = 0$ أو $x - \frac{2}{7} = 0$

أي : $x = -\frac{2}{7}$ أو $x = \frac{2}{7}$

إذن المعادلة $x^2 = \frac{4}{49}$ لها حلين هما: $\frac{2}{7}$ و $-\frac{2}{7}$.

**مثال2**

لنحل المعادلة $x^2 = 5$ .

لدينا : $x^2 = 5$

إذن : $x^2 - 5 = 0$

أي : $x^2-\left(\sqrt{5}\right)^2=0$

أي : $\left(x-\sqrt{5}\right)\left(x+\sqrt{5}\right)=0$

أي : $x-\sqrt{5}=0$ أو $x+\sqrt{5}=0$

أي : $x=\sqrt{5}$ أو $x=-\sqrt{5}$

إذن المعادلة $x^2=5$ لها حلين هما: $\sqrt{5}$ و $-\sqrt{5}$.

**مثال3**

لنحل المعادلة $x^2=-9$.

لدينا : $x^2$ عدد موجب و $(-9)$ عدد سالب قطعا إذن المعادلة $x^2=-9$ ليس لها حلا

## II. خصائص

### 1) جداء جدرين مربعين

كيف ما كان $a$ و $b$ عددان حقيقيان موجبان فإن: $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$

**أمثلة**

- $\sqrt{6}\times\sqrt{5}=\sqrt{6\times5}=\sqrt{30}$
- $\sqrt{3}\times\sqrt{12}=\sqrt{36}=6$
- $\sqrt{18}=\sqrt{9\times2}=\sqrt{9}\times\sqrt{2}=3\sqrt{2}$

**ملاحظة**

كيف ما كان $a$ و $b$ عددان حقيقيان موجبان فإن: $\sqrt{a^2\times b}=a\sqrt{b}$

**أمثلة**

- $\sqrt{7^2\times13}=7\sqrt{13}$
- $\sqrt{48}=\sqrt{4^2\times3}=4\sqrt{3}$

### 2) خارج جدرين مربعين

كيف ما كان $a$ و $b$ عددان حقيقيان موجبان بحيث $a\neq0$ فإن: $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$

**أمثلة**

- $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{12}{3}}=\sqrt{4}=2$
- $\sqrt{\frac{7}{9}}=\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{9}}=\frac{\sqrt{7}}{3}$

**ملاحظة**

كيف ما كان $a$ عددا حقيقيا موجبا غير منعدم فإن: $\frac{1}{\sqrt{a}}=\frac{\sqrt{a}}{a}$

**مثال**

- $\frac{1}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}}{6}$

### 3) تبسيط بعض التعابير

**مثال1**

⊕ لنبسط التعبير التالي: $9\sqrt{20}-2\sqrt{3}\times\sqrt{15}$

لدينا $9\sqrt{20}-2\sqrt{3}\times\sqrt{15}=9\sqrt{2^2\times5}-2\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{5}$

$$=9\times2\sqrt{5}-2\left(\sqrt{3}\right)^2\times\sqrt{5}$$
$$=18\sqrt{5}-6\sqrt{5}$$
$$=(18-6)\sqrt{5}$$
$$=12\sqrt{5}$$

**مثال2**

⊕ لنبسط التعبير التالي: $\dfrac{7\sqrt{6}}{2\sqrt{21}}$

لدينا
$$\frac{7\sqrt{6}}{2\sqrt{21}}=\frac{7\sqrt{6}\times\sqrt{21}}{2\sqrt{21}\times\sqrt{21}}$$
$$=\frac{7\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{7}}{2\left(\sqrt{21}\right)^2}$$
$$=\frac{7\times\left(\sqrt{3}\right)^2\times\sqrt{2}\times\sqrt{7}}{2\times21}$$
$$=\frac{21\times\sqrt{14}}{2\times21}$$
$$=\frac{\sqrt{14}}{2}$$

**مثال3**

⊕ لنحذف الجدر المربع من مقام التعبير التالي: $\dfrac{2}{5+\sqrt{3}}$

لدينا
$$\frac{2}{5+\sqrt{3}}=\frac{2\times\left(5-\sqrt{3}\right)}{\left(5+\sqrt{3}\right)\times\left(5-\sqrt{3}\right)}$$
$$=\frac{2\times\left(5-\sqrt{3}\right)}{5^2-\left(\sqrt{3}\right)^2}$$
$$=\frac{2\times\left(5-\sqrt{3}\right)}{25-3}$$
$$=\frac{2\times\left(5-\sqrt{3}\right)}{22}$$
$$=\frac{5-\sqrt{3}}{11}$$