المستوى : الثالثة ثانوي إعدادي

المادة : الرياضيات

سلسلة تمارين الحساب المثلثي

تمرين 1 ABC مثلث قائم الزاوية في A بحيث : $A\hat{C}B = 30^\circ$ و $AC = 6\ cm$.

1) – أرم شكـلا.

2) – أحسب : AB و BC علما أن : $\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

3) – حدد النسب المثلثية للزاوية : $A\hat{B}C$.

4) – كيف يجب اختيار قياس الزاوية $A\hat{C}B$ لكي يكون ABC مثلثا متساوي الساقين و قائم الزاوية في A ؟ علل جوابك.

تمرين 2 ABC مثلث بحيث : $AB = 2$ و $AC = 2\sqrt{3}$ و $BC = 4$.

1) – أثبت أن ABC مثلث قائم الزاوية.

2) – أحسب النسب المثلثية لكل من الزاويتين : $A\hat{B}C$ و $A\hat{C}B$.

تمرين 3 EFG مثلث قائم الزاوية في E و H المسقط العمودي للنقطة E على (FG) .

نضـع : $E\hat{G}F = \alpha$.

1) – أرسم شكـلا.

2) – أثبت أن : $EG^2 = GH \times FG$.

3) – أثبت أن : $EF \times GH = EH \times EG$.

4) – أثبت أن : $EH \times FG = EG \times EF$.

تمرين 4 نعتبر α قياس زاوية حادة.

1) – إذا علمت أن $\cos\alpha = \frac{1}{2}$ ، فاحسب : $\sin\alpha$ و $\tan\alpha$.

2) – إذا علمت أن $\sin\alpha = \frac{\sqrt{7}}{5}$ ، فاحسب : $\cos\alpha$ و $\tan\alpha$.

3) – إذا علمت أن $\tan\alpha = 2\sqrt{3}$ ، فاحسب: $\cos\alpha$ و $\sin\alpha$.

تمرين 5 ABC مثلث قائم الزاوية في A بحيث : $BC = 6$ و $\sin\hat{B} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

1) – أحسب : AC و AB .

2) – استنتج : $\cos\hat{B}$ و $\tan\hat{B}$.

تمرين 6 ABC مثلث قائم الزاوية في A بحيث : $AB = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ و $AC = \frac{\sqrt{13}}{3}$ و $BC = \frac{5}{3}$.

1) – بين أن ABC مثلث قائم الزاوية.

2) – أحسب : $\tan\hat{B}$ و $\sin\hat{B}$ و $\cos\hat{B}$ ثم $\sin\hat{C}$ و $\cos\hat{C}$ و $\tan\hat{C}$.

تمرين 7 α قياس زاوية حـادة.

نضع : $A = \frac{\sin^2\alpha - \sin^4\alpha}{\cos^4\alpha - \cos^2\alpha}$ و $B = \sin\alpha\sqrt{1-\cos\alpha} \times \sqrt{\cos\alpha + 1} + \cos^2\alpha$.

بسط A و B .

تمرين 8 نعتبر α قياس زاوية حـادة غير منعدمة.

1) – نضع : $a = \sqrt{\cos\alpha + 1}$ و $b = \sqrt{1-\cos\alpha}$ و $c = \frac{1}{\sin\alpha}$ و $d = \tan\alpha$.

بسط الجداء : $a \times b \times c$ ثم $\frac{d}{1+d^2}$.

2) – أحسب : $\sin\alpha$ و $\tan\alpha$ علما أن : $\cos\alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

تمرين 9 a و b قياسا زاويتين متتامتين.

بسط ما يلي :

$$A = \sqrt{2}.\sin a.\cos b + 2\sin 45^\circ.\sin b.\cos a$$

تمرين 10 نعتبر α قياس زاوية حـادة و a و b عددان حقيقيان.

أحسب : $x^2 + y^2$ إذا علمت أن :

$$x = a.\cos\alpha - b\sin\alpha$$
$$y = a.\sin\alpha + b\cos\alpha$$

تمرين 11 ABC مثلث قائم الزاوية في A بحيث : $Ab = 3$ و $AC = 4$.

1) – أحسب النسب المثلثية للزاويتين : $A\hat{C}B$ و $A\hat{B}C$.

2) – المستقيم العمودي على المستقيم (BC) في النقطة C يقطع المستقيم (AB) في النقطة E .

أحسب : CE و BE و AE .

تمرين 12 a قياس زاوية حادة غير منعدمة.

أحسب قيمة a في كل حالة من الحالات الآتية :

1) – $\frac{\tan a}{\sqrt{3}} - 1 = 0$.

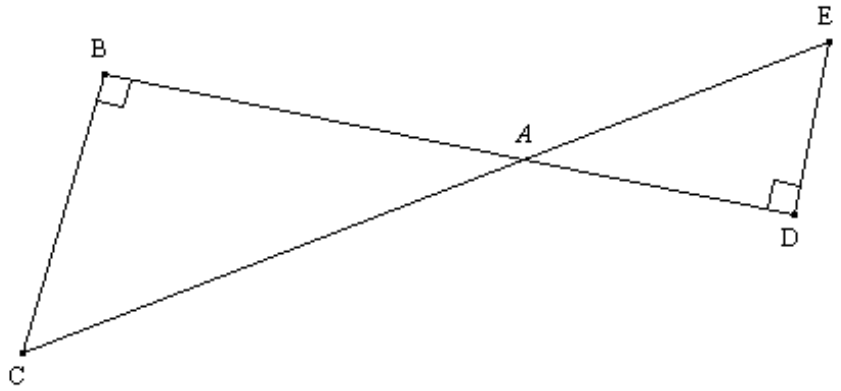
2) – $\sqrt{2} \times \cos a = 1$.

3) – $3(\sin a - 1) = \sin a - 2$.

4) – $(2\cos a - 1)(2\tan a - 2) = 0$.

تمرين 13 لاحظ الشكـل الآتي بحيث :

ABC و ADE مثلثان قائما الزاويةعلى التوالي في B و D .



1) – أثبت أن : (DE) // (BC) .

2) – بين أن : $A\hat{C}B = A\hat{E}D$.

3) – برهن أن : $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$.

4) – نفترض أن : $AE = 2\sqrt{3}$ و $\sin\hat{C} = \frac{\sqrt{3}}{3}$. أحسب AD .

تمرين 14 EFG مثلث قائم الزاوية في E ، بحيث : $EG = 21$ و $\cos\hat{G} = \frac{7}{11}$.

1) – أحسب : $\sin\hat{G}$ و $\tan\hat{G}$.

2) – أحسب : $\cos\hat{F}$ و $\sin\hat{F}$ و $\tan\hat{F}$.

3) – استنتج حساب : EF و FG .

تمرين 15 x قياس زاوية حادة بحيث : $0° < x < 90°$.

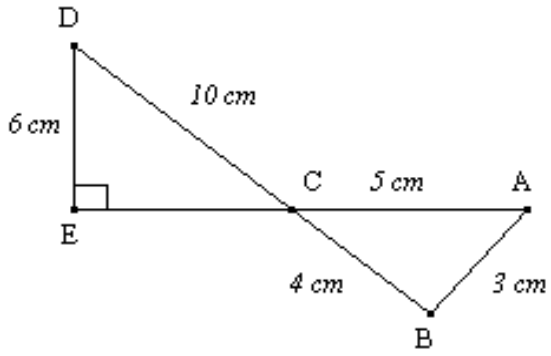
بسط ما يلي :

$$E = \cos^4 x - \sin^4 x + 2\sin^2 x$$

$$F = \sin^4 x - \sin^2 x + \cos^2 x + \cos^4 x$$

$$G = \frac{\sin^2 x}{\tan^2 x} + \frac{\cos^2 x}{\frac{1}{\tan^2 x}}$$

تمرين 16 نعتبر الشكل الآتي :



1) – بين أن : المثلث ABC قائم الزاوية.

2) – أثبت أن : $\cos E\hat{D}C = \frac{3}{5}$.

3) – استنتج حساب : $\sin E\hat{D}C$ و $\tan E\hat{D}C$.

تمرين 17 ABC مثلث قائم الزاوية في A بحيث : $\sin A\hat{B}C = \frac{1}{4}$ و $AC = 2$.

1) – أحسب : BC و AB ثم استنتج $\cos A\hat{B}C$ و $\tan A\hat{B}C$.

2) – لتكن H المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (BC) . أحسب : AH و CH .

3) – بين أن : $\cos^2\alpha\left(5 + 5\tan^2\alpha\right) = 5$ ، بحيث : $0° < \alpha < 90°$.

تمرين 18 a و b قياسا زاويتين متتامتين.

حدد قيمتي a و b إذا علمت أن :

$$-2\cos a.\sin b + \sin^2 b + \left(1 - \sin^2 a\right) = 0$$

تمرين 19 α و β قياسا زاويتين حادتين و x عدد حقيقي :

1) – حدد قيمة x إذا علمت أن : $x\left(2 + \cos^2\beta\right) - x\left(1 - \sin^2\beta\right) = 2$.

2) – بسط ما يلي إذا علمت أن : $\alpha + \beta = 90°$.

$$A = \cos\beta.\sin\alpha - \frac{1}{2}\cos^2\beta - \frac{1}{2}\cos^2\alpha + \sin\beta\cos\alpha$$

تمرين 20 a قياس زاوية حادة غير منعدمة.

1) – بسط التعبير الآتي : $A = \left(\cos a - \sin a\right)\sqrt{\cos^2 a + 2\cos a.\sin a + \sin^2 a} + 2\sin^2 a$.

2) – بين أن : $\frac{1}{1 + \tan^2 a} - \frac{\tan^2}{1 + \tan^2 a} = \cos^2 a - \sin^2 a$

تمرين 21 $x\hat{O}y$ زاوية حادة و M نقطة من الضلع $[Ox)$ بحيث : $OM = 13$ و N المسقط العمودي للنقطة M على المستقيم (Oy) بحيث : $MN = 5$.

1) – أحسب النسب المثلثية للزاوية $x\hat{O}y$.

2) – لتكن K المسقط العمودي للنقطة N على المستقيم (Ox) . أحسب : OK و KN و KM .

تمرين 22 α قياس زاوية حادة غير منعدمة. بسط التعابير الآتية :

$$a = \sqrt{\cos\alpha + 1} \times \sqrt{1 - \cos\alpha} \times \frac{1}{\sin\alpha}$$

$$b = \frac{\cos^4\alpha - \sin^4\alpha}{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha}$$

$$c = \left(\frac{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha}{\cos\alpha + \sin\alpha}\right)\sqrt{1 + 2\cos\alpha.\sin\alpha} \times 2\left(1 - \cos^2\alpha\right)$$

تمرين 23 α قياس زاوية حادة بحيث : $\tan\alpha = 10^2$.

1) – أحسب : $\sin\alpha$ و $\cos\alpha$.

2) – نضع : $X = \tan^4\alpha - 2\tan^2\alpha + 1$.

أ) -- عمـل X .

ب) -- أحسب قيمة X .

ج) -- حدد قيمة α إذا علمت أن $X = 0$.

تمرين 24 x قياس زاوية حادة بحيث : $\cos^4 x - \sin^4 x = \frac{1}{2}$.

1) – عمـل $\cos^4 x - \sin^4 x$.

2) – حدد قيمة x .

تمرين 25 ABC مثلث قائم الزاوية في A بحيث : $AB > AC$.

الدائرة التي مركزها C و شعاعها AC تقطع [BC] في النقطتين M و N بحيث : $M \in [BC]$.

نضـع : $A\hat{B}C = \alpha$ و $AC = r$.

1) – برهن أن : $AM = 2r.\sin\left(45° - \frac{\alpha}{2}\right)$.

2) – برهن أن : $AN = 2r.\cos\left(45° - \frac{\alpha}{2}\right)$.